

Валерій Журавльов

Умови розв'язності крайових задач для операторних рівнянь у банахових просторах

Житомирський національний агроєкологічний університет, Житомир,
Україна
E-mail: vfz2008@ukr.net

Розглядається задача про умови розв'язності та представлення розв'язків крайової задачі для операторного рівняння

$$\begin{aligned} (Lz)(t) &= f(t), \\ \ell z(\cdot) &= \alpha, \end{aligned} \quad (1)$$

де $L : \mathbf{l}_\infty(\mathcal{I}, \mathbf{B}_1) \rightarrow \mathbf{l}_\infty(\mathcal{I}, \mathbf{B}_2)$ – лінійний обмежений узагальнено оборотний оператор [1]; $\ell = \text{col}(l_1, l_2, l_3, \dots) : \mathbf{l}_\infty(\mathcal{I}, \mathbf{B}_1) \rightarrow \mathbf{B}$ – лінійний обмежений вектор-функціонал; $f(t) \in \mathbf{l}_\infty(\mathcal{I}, \mathbf{B}_2)$; $\alpha \in \mathbf{B}$; $\mathbf{l}_\infty(\mathcal{I}, \mathbf{B}_i)$, $i = 1, 2$ – банахові простори обмежених вектор-функцій [2], визначених на скінченному проміжку \mathcal{I} зі значеннями у банахових просторах \mathbf{B}_i , відповідно, з рівномірними нормами.

Узагальнена оборотність оператора L означає, що він нормально розв'язний, його нуль-простір $N(L)$ та ядро $R(L)$ доповнювальні у банахових просторах $\mathbf{l}_\infty(\mathcal{I}, \mathbf{B}_1)$, $\mathbf{l}_\infty(\mathcal{I}, \mathbf{B}_2)$, відповідно, до нього існує обмежений узагальнено обернений оператор L^- і існують [1] обмежені проектори $\mathcal{P}_{N(L)}$ та \mathcal{P}_{Y_L} , які розбивають простори $\mathbf{l}_\infty(\mathcal{I}, \mathbf{B}_1)$ та $\mathbf{l}_\infty(\mathcal{I}, \mathbf{B}_2)$ у прямі суми підпросторів

$$\mathbf{l}_\infty(\mathcal{I}, \mathbf{B}_1) = N(L) \oplus X_L, \quad \mathbf{l}_\infty(\mathcal{I}, \mathbf{B}_2) = Y_L \oplus R(L).$$

Із застосуванням проекторів та теорії узагальненого обернення операторів [3] отримано критерій розв'язності крайової задачі (1) та формулу для представлення її розв'язків. Побудовано узагальнений оператор Гріна цієї задачі.

- [1] Гохберг И.Ц., Крупник Н.Я., *Введение в теорию одномерных сингулярных интегральных операторов*, Кишинев: Штиинца, 1973.
- [2] Хелемский А.Я., *Лекции по функциональному анализу*, Москва: МЦНМО, 2004.
- [3] Boichuk A.A., Samoilenko A.M., *Generalised inverse operators and Fredholm boundary-value problems*, Utrecht; Boston: VSP, 2004.