

В'ячеслав Євтухов, Олександр Клопот

Асимптотика сингулярних розв'язків диференціальних рівнянь з правильно змінними нелінійностями

Одеський національний університет імені І.І. Мечникова, Одеса,
Україна

E-mail: emden@farlep.net, mrtark@gmail.com

Розглядається диференціальне рівняння

$$y^{(n)} = \alpha_0 p(t) \prod_{j=0}^{n-1} \varphi_j(y^{(j)}), \quad (1)$$

де $n \geq 2$, $\alpha_0 \in \{-1; 1\}$, $p : [a, \omega[\rightarrow]0, +\infty[$ неперервна функція, $\varphi_j : \Delta_{Y_j} \rightarrow]0, +\infty[$ ($j = 0, n-1$)- неперервні і правильно змінні при $y^{(j)} \rightarrow Y_j$ функції порядків σ_j , $-\infty < a < \omega \leq +\infty$, Δ_{Y_j} - однобокий окіл Y_j , Y_j дорівнює або 0, або $\pm\infty$.

Розв'язок y диференціального рівняння (1), що визначений на проміжку $[t_0, t_*[$, де $a \leq t_0 < t_* < \omega$, називається сингулярним $P_{t_*}(Y_0, \dots, Y_{n-1}, \lambda_0)$ - розв'язком, де $-\infty \leq \lambda_0 \leq +\infty$, якщо він задовольняє наступні умови

$$\lim_{t \uparrow t_*} y^{(j-1)}(t) = Y_j \quad (j = \overline{1, n}), \quad \lim_{t \uparrow t_*} \frac{[y^{(n-1)}(t)]^2}{y^{(n-2)}(t)y^{(n)}(t)} = \lambda_0.$$

За своїми асимптотичними властивостями множина всіх сингулярних $P_{t_*}(Y_0, \dots, Y_{n-1}, \lambda_0)$ - розв'язків розпадається на $n+2$ неперетинних класів, що відповідають наступним значенням параметру λ_0 :

$$\lambda_0 \in \mathbb{R} \setminus \left\{ 0, \frac{1}{2}, \dots, \frac{n-2}{n-1}, 1 \right\}; \quad \lambda_0 = \pm\infty; \quad \lambda_0 = \frac{n-k-1}{n-k} \quad (k = \overline{1, n-1}).$$

Для кожного з вказаних значень λ_0 одержані необхідні і достатні умови існування сингулярних $P_{t_*}(Y_0, \dots, Y_{n-1}, \lambda_0)$ - розв'язків у диференціального рівняння (1), а також асимптотичні представлення при $t \uparrow t_*$ таких розв'язків та їх похідних до порядку $n-1$ включно.