

Василь Слюсарчук

Теорія Фавара-Амеріо для функціонально-диференціальних рівнянь без H -класів

Національний університет водного господарства та
природокористування, Рівне, Україна
E-mail: V.E.Slyusarchuk@gmail.com

Нехай \mathbb{K} – поле дійсних або комплексних чисел і E – довільний банаховий простір над полем \mathbb{K} з нормою $\|\cdot\|_E$. Позначимо через C^0 банаховий простір обмежених і неперервних на \mathbb{R} функцій $x = x(t)$ зі значеннями в E з нормою $\|x\|_{C^0} = \sup_{t \in \mathbb{R}} \|x(t)\|_E$, а через C^n , де $n \in \mathbb{N}$, – банаховий простір функцій $x \in C^0$, для кожної з яких $dx/dt, \dots, d^n x/dt^n \in C^0$, з нормою $\|x\|_{C^n} = \max_{k=0, \dots, n} \|d^k x/dt^k\|_{C^0}$.

Нехай $R(y)$ – множина значень функції $y \in C^0$.

Для компактних множин $K_0, K_1, \dots, K_n \subset E$ позначимо через D_{K_0, K_1, \dots, K_n} множину всіх функцій $x \in C^n$, для кожної з яких $R(x) \subset K_0$, $R(dx/dt) \subset K_1, \dots$, $R(d^n x/dt^n) \subset K_n$.

У просторах C^0, C^1, \dots, C^n визначимо оператор зсуву S_h , $h \in \mathbb{R}$, за допомогою співвідношення $(S_h x)(t) = x(t+h)$, $t \in \mathbb{R}$.

Оператор $H : C^n \rightarrow C^0$ назовемо *майже періодичним*, якщо для довільних компактних множин $K_0, K_1, \dots, K_n \subset E$ і послідовності $(h_{m_k})_{k \geq 1}$ дійсних чисел існує підпослідовність $(h_{m_{k_l}})_{l \geq 1}$, для яких

$$\lim_{\substack{l_1 \rightarrow \infty \\ l_2 \rightarrow \infty}} \sup_{x \in D_{K_0, K_1, \dots, K_n}} \left\| S_{h_{m_{l_1}}} H S_{-h_{m_{l_1}}} x - S_{h_{m_{l_2}}} H S_{-h_{m_{l_2}}} x \right\|_{C^0} = 0.$$

Розглянемо функціонально-диференціальне рівняння

$$Fx = y, \tag{1}$$

де $F : C^n \rightarrow C^0$ і y – майже періодичні оператор і функція відповідно (тут n може збігатися з 0).

Встановлено умови майже періодичності обмежених розв'язків рівняння (1).

При дослідженні рівняння (1) використовується один функціонал, що визначений на множині функцій, замикання множин значень яких компактні, і не використовується H -клас цього рівняння.