

Асимптотика розв'язків напівлінійних диференціальних рівнянь третього порядку

¹ Одеський національний економічний університет, Одеса, Україна
E-mail: shinkar@te.net.ua

² Одеський національний університет ім. І.І. Мечникова, Одеса, Україна
E-mail: rusnat@i.ua

Розглядається диференціальне рівняння

$$y''' = \alpha_0 p(t) y |\ln |y||^\sigma, \quad (1)$$

де $\alpha_0 \in \{-1; 1\}$, $\sigma \in \mathbb{R}$, $p : [a, w) \rightarrow (0, +\infty)$ – неперервна функція;
 $a < w \leq +\infty$.

Розв'язок y рівняння (1), заданий на проміжку $[t_y, w) \subset [a, w)$
називаємо $P_w(\lambda_0)$ -розв'язком, якщо виконуються наступні умови:

$$\lim_{t \rightarrow w} y^{(k)}(t) = \begin{cases} \text{либо } 0, \\ \text{либо } \pm \infty, \end{cases} \quad (k = 0, 1, 2), \quad \lim_{t \rightarrow w} \frac{(y'')^2}{y''' y'} = \lambda_0$$

У роботі [1] встановлено необхідні та достатні умови існування у
рівняння (1) $P_w(\lambda_0)$ -розв'язків та їх асимптотику для дійсних значень
 λ_0 . Наступним етапом дослідження є одержання результатів у
випадку $\lambda_0 = \pm \infty$.

Теорема 1 Для існування у рівняння (1) $P_w(\pm \infty)$ -розв'язків, необхідно і достатньо виконання умов $\lim_{t \uparrow w} q(t) = 0$; $\lim_{t \uparrow w} Q(t) = \infty$.
Більше того, для кожного такого розв'язку мають місце при $t \rightarrow w$
асимптотичні розвинення:

$$\begin{aligned} \ln |y(t)| &= \ln \pi_\omega^2(t) + \frac{\alpha_0}{2} Q(t)[1 + o(1)], \\ \ln |y'(t)| &= \ln |\pi_\omega(t)| + \frac{\alpha_0}{2} Q(t)[1 + o(1)], \quad \ln |y''(t)| = \frac{\alpha_0}{2} Q(t)[1 + o(1)], \\ \text{де } q(t) &= p(t) \pi_\omega^3(t) |\ln \pi_\omega^2(t)|^\sigma, \quad Q(t) = \int_a^t p(\tau) \pi_\omega^2(\tau) |\ln \pi_\omega^2(\tau)|^\sigma d\tau, \\ \pi_\omega(t) &= \begin{cases} t, & \text{коли } w = +\infty, \\ t - \omega, & \text{коли } w < +\infty, \end{cases} \end{aligned}$$

[1] Шарай Н.В., Шинкаренко В.Н., Асимптотические представления решений нелинейных дифференциальных уравнений третьего порядка, Нелинейні коливання, **Том 18 (N 1)**, (2015), сс. 133-144.