Іван Пукальський

Багатоточкові крайові задачі для параболічних рівнянь з виродженням

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці, Україна
E-mail: katy_ diff@mail.ru

Нехай Ω – деяка обмежена область простору $\mathbb{R}^n$, $\dim\Omega \le n-1$, D – обмежена область в $\mathbb{R}^n$ з межею ∂D, $\overline{\Omega} \subset D$. В області $Q = [t_0, t_{N+1}) \times D$ вивчаються задачі знаходження функції $u(t,x)$, яка при $t \ne t_\lambda$, $\lambda \in \{1,2,\dots,N\}$, $x \in D \setminus \overline{\Omega}$ задовольняє рівняння

$$\Big[\partial_t - \sum_{ij=1}^{n} a_{ij}(t,x)\partial_{x_i}\partial_{x_j} + \sum_{i=1}^{n} a_i(t,x)\partial_{x_i} + a_0(t,x)\Big] u(t,x) = f(t,x), \quad (1)$$

умови за змінною t:

$$u(t_0+0,x) = \varphi_0(x), \quad (2)$$

$$u(t_\lambda,x) = \varphi_\lambda(x), \quad (3)$$

а на бічній межі $\Gamma = [t_0, t_{N+1}) \times \partial D$ одну з крайових умов:

$$u|_\Gamma = g(t,x), \quad (4)$$

$$\Big[\sum_{k=1}^{n} b_k(t,x)\partial_u\partial_{x_k} + b_0(t,x)u(t,x)\Big]\Big|_\Gamma = \psi(t,x). \quad (5)$$

Задачі (1) – (5) досліджено за таких обмежень на ріст коефіцієнтів рівняння (1) і крайової умови (5) при $x \to \partial D$:
$a_{ij} = O(\rho^{\beta_i+\beta_j}(x,\partial D))$, $a_i = O(\rho^{-\mu_i}(x,\partial D))$, $a_0 = O(\rho^{-\mu_0}(x,\partial D))$, $b_i = O(\rho^{-\beta_k}(x,\partial D))$, $ab_0 = O(\rho^{-\delta}(x,\partial D))$, $\beta_i \in (-\infty,\infty)$, $\mu_i \ge 0$, $\mu_0 \ge 0$, $a_0 \ge K > 0$, K – const, $b_0|_\Gamma > 0$.

При визначених умовах гладкості на коефіцієнти рівняння (1), крайової умови (5), функції $f(t,x)$, $\varphi_0(x)$, $\varphi_\lambda(t_\lambda,x)$, $g(t,x)$, $\psi(,x)$ в гельдерових просторах зі степеневою вагою одержано умови єдиності, існування та встановлено оцінки похідних розв'язку поставлених задач. Порядок степеневої ваги в гельдерових просторах залежить від чисел β_i, μ_i, μ_0, δ, $i \in \{1,2,\dots,n\}$.