Богдан Пташник, Михайло Симотюк

Багатоточкова задача для рівнянь із частинними похідними у просторах над полями p-адичних чисел

ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів, Україна
E-mail: ptashnyk@lms.lviv.ua, symotyuk@lms.lviv.ua

Позначимо: $\mathbb{Q}_p$ — поповнення поля раціональних чисел за p-адичною нормою $|\cdot|_p$, де p — просте число [1, 2]; $\mathbb{Z}_p = \{x \in \mathbb{Q}_p : |x|_p \leq 1\}$; $H_k(x) = (-1)^k e^{x^2} (d/dx)^k e^{-x^2}$, $k \in \mathbb{Z}_+$; $\mathcal{H}$ і $\mathcal{A}$ — простори рядів $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} f_k H_k(x)$ та $u(t,x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} u_k(t) H_k(x)$ відповідно, для яких $\lim\limits_{k\to\infty} |f_k|_p \sqrt{|k!2^k|_p} = 0$, $u_k(t)$ – аналітичні функції на $\mathbb{Z}_p$, $\lim\limits_{j\to\infty} \lim\limits_{k\to\infty} |u_k^{(j)}(0)/j!|_p \sqrt{|k!2^k|_p} = 0$,

$$\|f;\mathcal{H}\| = \max_k |f_k|_p \sqrt{|k!2^k|_p}, \quad \|u;\mathcal{A}\| = \max_{j,k\in\mathbb{Z}_+} |u_k^{(j)}(0)/j!|_p \sqrt{|2^k k!|_p}.$$

Розглядаємо задачу

$$\frac{\partial^n u(t,x)}{\partial t^n} + \sum_{j=0}^{n-1} a_{n-j} B^{n-j}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right) \frac{\partial^j u(t,x)}{\partial t^j} = 0, \quad t \in \mathbb{Z}_p, \quad x \in \mathbb{Q}_p, \tag{1}$$

$$u(t_j, x) = \varphi_j(x),\ j = 1,\dots,n,\ t_1,\dots,t_n \in \mathbb{Z}_p,\ t_j \neq t_q,\ j \neq q, \tag{2}$$

де $a_1,\dots,a_n \in \mathbb{Q}_p$, $B(\partial/\partial x) = -\partial^2/(\partial x^2) + 2x\partial/\partial x$.

Теорема. *Якщо* $p^{1/(p-1)} \max\limits_{1\leq j\leq n} |a_j|_p^{1/j} < 1$, $\varphi_j \in \mathcal{H}$, $j = 1,\dots,n$, *то в просторі* $\mathcal{A}$ *існує єдиний розв'язок* $u(t,x)$ *задачі* (1), (2), *який неперервно залежить від функцій* $\varphi_j(x)$, $j = 1,\dots,n$.

[1] Коблиц Н. *p-адические числа, p-адический анализ и дзета-функции*, Мир, Москва, 1982.

[2] Горбачук М.Л., Горбачук В.И., *О задаче Коши для дифференциальных уравнений в банаховом пространстве над полем p-адических чисел*, Тр. МИАН **Том (245)**, (2004), С. 99–106.