Олексій Півень

# Глобальна розв'язність виродженого півлінійного диференціально-операторного рівняння другого порядку

*Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, Харків, Україна*
*E-mail: aleksei_piven@mail.ru*

Розглядається початкова задача

$$\frac{d^2Au(t)}{dt^2} + B\frac{du(t)}{dt} + Cu(t) = f(t, u(t)), \quad \text{м.с. } t \in [0, T]. \tag{1}$$

$$u(0) = u_0, \quad (Au)'(0) = y_1 \tag{2}$$

із замкненими лінійними операторами $A, B, C$, що діють в банахових просторах $X, Y$ де $f(t, x) : [0, T] \times X \to Y$. Функція $u(t) \in W_1^1(0, T, X)$ називається *розв'язком* початкової задачі (1),(2), якщо $Au(t) \in W_1^2(0, T, Y)$, $Bu(t) \in W_1^1(0, T, Y)$, $u(t)$ задовольняє рівняння (1) майже скрізь на $[0, T]$ та початкові умови (2). Неповне півлінійне рівняння (1) ($B = 0$) досліджувалось в [1]. Припускається, що резольвента $R(\lambda) = (\lambda A + B)^{-1}$ має наступну оцінку

$$||R(\lambda)|| \leq C_1, \quad |\lambda| \geq C_2 \tag{3}$$

Оператори $Q_1 = \frac{1}{2\pi i} \oint\limits_{|\lambda|=C_2} AR(\lambda)d\lambda, \quad Q_2 = E_Y - Q_1$ є обмеженими взаємно доповнюючими проекторами на $Y$ [1].

**Теорема 1** *Нехай $\{0\} \neq D(A) \cap D(B) \subset D(C)$, виконано умову (3), функція $f(t, x)$ за аргументом $t$ належить простору $L_1(0, T, Y)$ при кожному $x \in X$ та задовольняє глобальну умову Ліпшиця*

$$||f(t, x) - f(t, y)|| \leq M||x - y|| \quad \forall\ x, y \in X \quad \text{м.с.} \quad t \in [0, T].$$

*Тоді для будь-яких початкових векторів $u_0 \in D(A) \cap D(B)$, $y_1 \in Q_1(Y)$ в (2) існує єдиний розв'язок $u(t)$ початкової задачі (1),(2).*

Теорема 1 застосовується до диференціальних рівнянь з частинними похідними.

[1] Власенко Л. А. *Несвободные колебания бесконечномерного осциллятора при импульсных возмущениях*, Укр. мат. журн., **Т. 60**, N 2, (2008), С. 155-166.