Галина Перун

Існування парного моменту та стійкість розв'язку задачі Коші для квазілінійного стохастичного параболічного рівняння

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці, Україна
E-mail: perungm@ukr.net

Нехай існує ймовірнісний простір (Ω, F, P) і потік неспадних σ-алгебр $\{F_t, t \in (0, +\infty), F_t \subset F\}$. Випадкову скалярну функцію $u(t, x, \omega)$, визначену в області $Q \equiv [0, +\infty) \times \mathbb{R}^n \times \Omega$, назвемо F_t-узгодженою, якщо при фіксованих (t, x) в області $Q^+ \equiv [0, +\infty) \times \mathbb{R}^n$ випадкова величина $u(t, x, \omega)$ є F_t-вимірною.

Вона з ймовірністю 1 є розв'язком задачі Коші

$$d_t u(t, x, \omega) = \sum_{|k| \leq 2b} a_k(t, x) D_x^k u(t, x, \omega) + b(t, x, u(t, x, \omega)) dw(t, \omega), \quad (1)$$

$$u(0, x, \omega) = \varphi(x, \omega), \quad x \in \mathbb{R}^n, \omega \in \Omega. \quad (2)$$

Тут $w(t, \omega)$ – стандартний скалярний вінерівський процес.

Через L_{2m} позначимо простір функцій, вимірних з ймовірністю 1 при кожному ω по t і x відносно σ-алгебри борелівських множин точок (t, x), для яких скінченна норма

$$\|u(t, x, \omega)\|_{L_{2m}} = \Big(\int_{\mathbb{R}^n} M\{|u(t, x, \omega)|^{2m}\} dx \Big)^{\frac{1}{2m}}, \quad (3)$$

M – операція математичного сподівання.

Нехай виконуються умови на коефіцієнти існування фундаментального розв'язку $Z(t, \tau, x, y)$ задачі Коші відповідної детермінованої задачі та для нього виконується оцінка (λ_1^+) [1]. Якщо випадкова функція $b(t, x, u)$ ліпшицева за L_{2m}-нормою відносно аргумента u, то з ймовірністю 1 існує на $(0, +\infty)$ парний момент розв'язку задачі Коші (1), (2) і є стійким за Ляпуновим.

Відмітимо, що існування розв'язку встановлюється традиційним методом послідовних наближень.

[1] Эйдельман С.Д. *Параболические системы.* – М.: Наука, 1964. – 442 с.