

Григорій Пелюх

## Про класифікацію диференціальних рівнянь із двома відхиленнями аргументу

*Інститут математики НАН України, Київ, Україна  
E-mail: grygor@imath.kiev.ua*

Розглянемо рівняння

$$a_1 x'(t + \tau) + a_2 x'(t) + a_3 x'(qt) = b_1 x(t + \tau) + b_2 x(t) + b_3 x(qt), \quad (1)$$

де  $a_i, b_i, i = 1, 2, 3, \tau, q$  — деякі дійсні сталі, із двома відхиленнями аргументу — постійним і змінним. Оскільки в загальному випадку описати структуру множини розв'язків такого рівняння дуже важко, то спочатку ми спробуємо класифікувати рівняння вигляду (1), а вже після цього опишемо структуру множин його розв'язків в кожному конкретному випадку.

Класифікувати рівняння вигляду (1) можна багатьма способами. Зокрема, це можна зробити в припущенні, що величини  $a_i, b_i, i = 1, 2, 3, \tau, q$  задовольняють деяким умовам, що нам здається найбільш природнім. Так, якщо припустимо:

1.  $a_1 = 0, a_3 = 0, b_1 = 0, b_3 = 0, a_2 \neq 0$ , то рівняння (1) має вигляд

$$x'(t) = a x(t),$$

де  $a$  — деяка стала, і називається звичайним диференціальним;

2.  $a_3 = 0, b_3 = 0, a_1 \neq 0$ , то рівняння (1) має вигляд

$$x'(t + \tau) = a x'(t) + b x(t + \tau) + c x(t),$$

де  $a, b, c, \tau$  — деякі сталі, і називається диференціально-різницевим;

3.  $a_1 = 0, b_1 = 0, a_3 \neq 0$ , то рівняння (1) має вигляд

$$x'(qt) = a x'(t) + b x(qt) + c x(t),$$

де  $a, b, c, q$  — деякі сталі, і називається диференціально-функціональним;

4.  $a_3 = 0, b_1 = 0, a_1 \neq 0$ , то рівняння (1) можна привести до вигляду

$$x'(t + \tau) = a x'(t) + b x(qt) + c x(t),$$

де  $a, b, c, \tau, q$  — деякі сталі. В цьому випадку рівняння (1) називається диференціальним функціонально-різницеvim рівнянням;

5.  $a_1 = 0, b_3 = 0, a_3 \neq 0$ , то рівняння (1) можна привести до вигляду

$$x'(qt) = a x'(t) + b x(t + \tau) + c x(t),$$

де  $a, b, c, q, \tau$  — деякі сталі. В даному випадку рівняння (1) називається диференціальним різницево-функціональним рівнянням.

Таким чином, дослідження структури множини розв'язків рівняння (1) зводиться до дослідження структур множин розв'язків рівнянь 1)-5). Кожне із цих рівнянь має специфічні особливості і заслуговує окремого всебічного дослідження.