

Лілія Мельничук

**Структура та властивості
фундаментального розв'язку задачі Коші
для параболічного рівняння із
зростаючими коефіцієнтами та з
операторами Бесселя**

*Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,
Чернівці, Україна
E-mail: katy_diff@mail.ru*

Нехай $\{n, k, m\} \subset \mathbb{N}$, $k \leq n$; $\mathbb{R}_+^m \equiv \{y \equiv (y_1, \dots, y_m) | y_i > 0, i \in \{1, \dots, m\}\}$. Розглядається задача Коші для параболічного рівняння

$$\partial_t u(t, x, y) = \sum_{j=1}^n \partial_{x_j}^2 u(t, x, y) + \sum_{j=1}^k \partial_{x_j} (x_j u(t, x, y)) + \sum_{j=1}^m B_{y_j} u(t, x, y),$$

$$t > 0, x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}_+^m, \quad (1)$$

$$u(t, x, y) \Big|_{t=0} = \varphi(x, y), x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}_+^m, \quad (2)$$

$$\partial_{y_j} u(t, x, y) \Big|_{y_j=0} = 0, t > 0, x \in \mathbb{R}^n, j \in \{1, 2, \dots, m\}, \quad (3)$$

де $B_{y_j} \equiv \partial_{y_j}^2 + \frac{2\nu+1}{y_j} \partial_{y_j}$ – оператори Бесселя порядку $\nu \geq 0$, $j \in \{1, 2, \dots, m\}$. Коефіцієнти рівняння (1) при перших похідних по x_j , $j \in \{1, \dots, k\}$, є необмеженими при $|x| \rightarrow +\infty$, а при перших похідних по y_j , $j \in \{1, \dots, m\}$, – необмежені в околі точки $y = 0$. Така задача при $m = 1$ розглядалася в [1].

Методом перетворення Фур'є-Бесселя і методом характеристик знайдено розв'язок задачі Коші (1) – (3) у вигляді інтеграла Пуассона, ядро якого виписано у явному вигляді. Використовуючи це зображення, доведено деякі властивості фундаментального розв'язку, які будуть використані для встановлення коректності задачі Коші.

- [1] Мельничук Л.М. *Задача Коші для параболічних рівнянь з оператором Бесселя і зростаючими коефіцієнтами*, Міжнародна конференція до 100-річчя М.М. Боголюбова та 70-річчя М.І. Нагнибиди. Тези доповідей. – Чернівці: Книги-XXI, 2009. – С. 119–120.