

Людмила Кусік

Асимптотичні зображення одного класу сингулярних розв'язків диференціальних рівнянь другого порядку

Одеський національний морський університет, Одеса, Україна
E-mail: ludakusik@mail.ru

Розглядаємо рівняння

$$y'' = f(t, y, y'), \quad (1)$$

де $f : [a, \omega[\times \Delta_{Y_0} \times \Delta_{Y_1} \rightarrow \mathbf{R}$ – неперервна функція, $-\infty < a < \omega \leq +\infty$, Δ_{Y_i} ($i \in \{0, 1\}$) – однобічний окіл Y_i , Y_i ($i \in \{0, 1\}$) дорівнює або 0, або $\pm\infty$.

Означення. Розв'язок y рівняння (1), що визначений на проміжку $[t_0, t_*[\subset [a, t_*[$, $t_* < \omega$, називаємо сингулярним $P_{t_*}(Y_0, Y_1, \lambda_0)$ -розв'язком, де $-\infty \leq \lambda_0 \leq +\infty$, якщо виконані наступні умови

$$y^{(i)}(t) \in \Delta_{Y_i} \quad \text{при } t \in [t_0, t_*[\quad , \quad \lim_{t \uparrow t_*} y^{(i)}(t) = Y_i \quad (i = 0, 1)$$

$$\lim_{t \uparrow t_*} \frac{[y'(t)]^2}{y(t)y''(t)} = \lambda_0.$$

Сингулярні $P_{t_*}(Y_0, Y_1, \lambda_0)$ -розв'язки є непродовжними вправо. Крім того, в залежності від значень λ_0 ($\lambda_0 \in \mathbf{R} \setminus \{0, 1\}$, $\lambda_0 = 0$, $\lambda_0 = 1$, $\lambda_0 = \pm\infty$) $P_{t_*}(Y_0, Y_1, \lambda_0)$ -розв'язки мають різні асимптотичні властивості. В кожному з чотирьох випадків на функцію накладено умову $(RN)_{\lambda_0}^*$, при виконанні якої має місце зображення

$$f(t, z_0(t), z_1(t)) = \alpha_0 A_* \varphi_0(z_0(t)) \varphi_1(z_1(t)) [1 + o(1)] \quad \text{при } t \uparrow t_*,$$

де $\alpha_0 \in \{-1, 1\}$, $A_* = \text{const} > 0$, функції $\varphi_i : \Delta_{Y_i} \rightarrow]0, +\infty[$ ($i = 0, 1$) – неперервні правильно змінні при $z \rightarrow Y_i$ ($i = 0, 1$) порядків σ_i ($i = 0, 1$) ($\sigma_0 + \sigma_1 \neq 1$). З'ясовано умови існування сингулярних $P_{t_*}(Y_0, Y_1, 1)$ -розв'язків, отримано асимптотичні зображення цих розв'язків та їх похідних першого порядку при $t \uparrow t_*$.