

Андрій Громик ¹, Іван Конет ², Тетяна Пилишок ²

Гіперболічні крайові задачі в неоднорідних напівобмежених циліндрично-кругових середовищах

¹ Подільський державний аграрно-технічний університет,
Кам'янець-Подільський, Україна
E-mail: garon74@mail.ru

² Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана
Огієнка, Кам'янець-Подільський, Україна
E-mail: konet51@ukr.net, t-myh@i.ua

Розглядається задача побудови обмеженого на множині

$D = \{(t, r, \varphi, z) : t > 0; r \in I_n^+ = \bigcup_{j=1}^{n+1} I_j \equiv \bigcup_{j=1}^{n+1} (R_{j-1}, R_j); \varphi \in (0; 2\pi]; z \in (0; +\infty)\}$ 2π -періодичного щодо кутової змінної φ розв'язку диференціальних рівнянь з частинними похідними гіперболічного типу 2-го порядку [1]

$$\frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} - \Delta_j u_j + \chi_j^2 u_j = f_j(t, r, \varphi, z), \quad r \in I_j; \quad j = \overline{1, n+1}$$

з відповідними початково-крайовими умовами та умовами спряження [2]

$$\left[\left(\alpha_{j1}^k \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{j1}^k \right) u_k - \left(\alpha_{j2}^k \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{j2}^k \right) u_{k+1} \right] \Big|_{r=R_k} = 0; \quad j = 1, 2; \quad k = \overline{1, n},$$

де

$$\Delta_j = a_{rj}^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) + a_{zj}^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} -$$

оператор Лапласа для ортотропного середовища у циліндричній системі координат.

Щодо кусково-однорідного проміжку I_n^+ розглянуто випадки:

- 1) $R_0 = 0; R_{n+1} = +\infty$ (півпростір);
- 2) $R_0 > 0; R_{n+1} = +\infty$ (півпростір з порожниною);
- 3) $R_0 = 0; R_{n+1} \equiv R < +\infty$ (напівобмежений суцільний циліндр);

4) $R_0 > 0$; $R_{n+1} \equiv R < +\infty$ (напівобмежений порожнистий циліндр).

Інтегральні зображення єдиних точних аналітичних розв'язків досліджуваних початково-крайових задач спряження одержано методом інтегральних та гібридних інтегральних перетворень у поєднанні з методом головних розв'язків (матриць впливу і матриць Гріна).

Побудовані розв'язки носять алгоритмічний характер, неперервно залежать від параметрів і даних задач й можуть бути використані як в теоретичних дослідженнях, так і практиці інженерних розрахунків коливних процесів у напівобмежених кусково-однорідних середовищах.

- [1] Перестюк М.О., Маринець В.В. *Теорія рівнянь математичної фізики*, Видавництво Либідь, Київ, 2006.
- [2] Конет І.М. *Гіперболічні крайові задачі математичної фізики в кусково-однорідних просторових середовищах*, Видавництво Абетка-Світ, Кам'янець-Подільський, 2013.