

Іван Данилюк, Альона Данилюк

## Побудова числового розв'язку одного диференціального рівняння з дробовою похідною

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,  
Чернівці, Україна  
E-mail: i\_danylyuk@yahoo.com, d\_aliona@ukr.net

Процес розчинення примусово стиснуваного газового об'єму в рідині для випадку, коли конвективні потоки відсутні, описується початковою задачею для рівняння з похідною дробового порядку [1, с.343]:

$$D_{\tau}^1 (f(\tau)p(\tau)) + \lambda D_{\tau}^{1/2} (p(\tau) - 1) = 0, p(0) = 1, \quad (1)$$

де  $p(\tau)$  – безрозмірна концентрація біля границі поділу середовищ,  $f(\tau)$  – закон зміни об'єму,  $\tau \in [0, 1]$ ,  $\lambda = const > 0$ ,  $D_{\tau}^{1/2}$  – оператор дробового диференціювання Рімана-Ліувіля порядку  $1/2$ :

$$D_{\tau}^{1/2} x(\tau) = \frac{1}{\Gamma(1/2)} D_{\tau}^1 \int_0^{\tau} \frac{x(u)}{(t-u)^{1/2}} du. \quad (2)$$

Для (1) побудовано числовий розв'язок на рівномірній сітці із використанням апроксимації зображення дробової похідної порядку  $1/2$  функції  $x(\tau)$  за допомогою інтеграла Адамара [2]:

$$D_{\tau}^{1/2} x(\tau_j) = \frac{1}{\Gamma(-1/2)} \int_0^{\tau_j} \frac{x(u)}{(t-u)^{3/2}} du \approx \frac{\tau_j^{-1/2}}{\Gamma(-1/2)} \sum_{k=0}^j \alpha_{kj} x_{j-k}. \quad (3)$$

Похибка апроксимації одержаної числової схеми  $O(h^{3/2})$ .

- [1] Бабенко Ю.И. *Метод дробного дифференцирования в прикладных задачах теории теплообмена* / Ю.И. Бабенко – СПб.: НПО «Профессионал», 2009. – 584 с.
- [2] Baleanu D. *Fractional Calculus: Models and Numerical Methods* / D. Baleanu, K. Diethelm, E. Scalas, J.J. Trujilo – World Scientific, 2012. – 426 p.