

Анастасія Чернікова

Асимптотична поведінка розв'язків диференціальних рівнянь другого порядку зі швидко змінними нелінійностями

Одеський національний університет імені І.І. Мечникова, Одеса,
Україна
E-mail: anastacia.chernikova@gmail.com

Розглядається диференціальне рівняння

$$y'' = \alpha_0 p(t) \varphi(y), \quad (1)$$

де $\alpha_0 \in \{-1, 1\}$, $p : [a, \omega[\rightarrow]0, +\infty[$ неперервна функція, $-\infty < a < \omega \leq +\infty$, $\varphi : \Delta_{Y_0} \rightarrow]0, +\infty[$ двічі неперервно диференційовна функція така, що $\varphi'(y) \neq 0$ при $y \in \Delta_{Y_0}$,

$$\lim_{\substack{y \rightarrow Y_0 \\ y \in \Delta_{Y_0}}} \varphi(y) = \begin{cases} \text{або } 0, \\ \text{або } +\infty, \end{cases} \quad \lim_{\substack{y \rightarrow Y_0 \\ y \in \Delta_{Y_0}}} \frac{\varphi(y) \varphi''(y)}{\varphi'^2(y)} = 1, \quad (2)$$

Y_0 дорівнює або нулю, або $\pm\infty$, Δ_{Y_0} - деякий односторонній окіл Y_0 .

З умов (2) випливає (див., наприклад, [1]), що функція φ і її похідна першого порядку є швидко змінними при $y \rightarrow Y_0$.

Розв'язок y диференціального рівняння (1) називається $P_\omega(Y_0, \lambda_0)$ -розв'язком, де $-\infty \leq \lambda_0 \leq +\infty$, якщо він визначений на проміжку $[t_0, \omega[\subset [a, \omega[$ і задовольняє наступні умови

$$y(t) \in \Delta_{Y_0} \text{ при } t \in [t_0, \omega[, \quad \lim_{t \uparrow \omega} y(t) = Y_0, \quad \lim_{t \uparrow \omega} y'(t) = \begin{cases} \text{або } 0, \\ \text{або } \pm\infty, \end{cases}$$

$$\lim_{t \uparrow \omega} \frac{y'^2(t)}{y''(t)y(t)} = \lambda_0.$$

Для кожного з можливих типів $P_\omega(Y_0, \lambda_0)$ -розв'язків рівняння (1) отримано необхідні і достатні умови їх існування, а також асимптотичні зображення цих розв'язків та їх похідних першого порядку.

[1] Bingham N.H., Goldie C.M., Teugels J.L. *Regular variation. Encyclopedia of mathematics and its applications*, Cambridge university press, Cambridge, 1987.