

Ольга Чепок

Асимптотичні зображення повільно змінних розв'язків двочленних диференціальних рівнянь другого порядку з нелінійностями різних типів

Одеський національний університет імені І.І. Мечникова, Одеса,
Україна
E-mail: olacherok@ukr.net

Розглядається диференціальне рівняння

$$y'' = \alpha_0 p(t) \varphi_0(y) \varphi_1(y'), \quad (1)$$

де $\alpha_0 \in \{-1; 1\}$, $p : [a, \omega[\rightarrow]0, +\infty[$ ($-\infty < a < \omega \leq +\infty$), $\varphi_i : \Delta_{Y_i} \rightarrow]0, +\infty[$ ($i \in \{0, 1\}$) — неперервні функції, $Y_i \in \{0, \pm\infty\}$, Δ_{Y_i} — однобічний окіл Y_i .

Крім того, вважаємо, що функція φ_1 є правильно змінною (див. [1], розділ 1.4, стор. 17) при $z \rightarrow Y_1$ ($z \in \Delta_{Y_1}$) порядку σ_1 , а функція φ_0 двічі неперервно диференційовна на Δ_{Y_0} та така, що

$$\lim_{\substack{y \rightarrow Y_0 \\ y \in \Delta_{Y_0}}} \varphi(y) = \begin{cases} \text{або } 0, \\ \text{або } +\infty, \end{cases} \quad \lim_{\substack{z \rightarrow Y_0 \\ z \in \Delta_{Y_0}}} \frac{\varphi_0(z) \varphi_0''(z)}{(\varphi_0'(z))^2} = 1. \quad (2)$$

Розв'язок y рівняння (1) будемо називати $P_\omega(Y_0, Y_1, 0)$ -розв'язком, якщо він визначений на проміжку $[t_0, \omega[$ і задовольняє умови

$$\lim_{t \uparrow \omega} y^{(i)}(t) = Y_i \quad (i = 0, 1), \quad \lim_{t \uparrow \omega} \frac{(y'(t))^2}{y''(t)y(t)} = 0.$$

З умов (2) випливає (див. [1], розділ 3.1, стор. 139), що функція φ_0 та її похідна першого порядку є швидко змінними при $y \rightarrow Y_0$.

Для $P_\omega(Y_0, Y_1, 0)$ -розв'язків рівняння (1), отримано необхідні і достатні умови їх існування, а також асимптотичні зображення таких розв'язків та їх похідних першого порядку.

[1] Bingham N.H., Goldie C.M., Teugels J.L., *Regular variation. Encyclopedia of mathematics and its applications*, Cambridge university press, Cambridge, 1987.