

Іванна Бондар

Умови керування для незавжди розв'язних інтегро-диференціальних рівнянь з виродженим ядром

Інститут математики НАН України, Київ, Україна
E-mail: holovatska.iv@gmail.com

Розглянуто неоднорідну систему інтегро-диференціальних рівнянь

$$\dot{x}(t) - \Phi(t) \int_a^b [A(s)x(s) + B(s)\dot{x}(s)] ds = f(t), \quad (1)$$

у припущенні, що вона є нерозв'язною при $\forall f(t) \in L_2[a, b]$. Складові компоненти системи (1) детально описані в [1]. Справедливим є наступний наслідок, який випливає із критерію розв'язності неоднорідної системи інтегро-диференціальних рівнянь [1].

Наслідок. *Не всюди розв'язну систему інтегро-диференціальних рівнянь (1), можна доповнити керуванням: $\int_a^b K(t, s) ds u$, $u \in \mathbb{R}^n$, до розв'язної при $\forall f(t) \in L_2[a, b]$ тоді і тільки тоді, коли*

$$P_{S^*} P_{D_d^*} = 0, \quad d = m - \text{rank} D \quad (2)$$

і керування необхідно вибрати таким $u = S^+ P_{D_d^*} \tilde{b} + P_S c$, $c \in \mathbb{R}^n$.

Тут $S := P_{D_d^*} \int_a^b \left[A(s) \int_a^s \int_a^b K(\tau, s) ds d\tau + B(s) \int_a^b K(s, \tau) d\tau \right] ds - d \times n$ -вимірна матриця, S^+ — псевдообернена (за Муром–Пенроузом) до $S - n \times d$ -вимірна матриця, $P_{S^*} - d \times d$ -вимірна матриця (ортопроектор), який проектує \mathbb{R}^d на $N(S^*)$, $P_S - (n \times n)$ -вимірна матриця (ортопроектор), який проектує \mathbb{R}^n на $N(S)$, матриці D , $P_{D_d^*}$ побудовані в [1]. При умові (2) керування u може бути не єдиним, бо залежить від довільної сталогої $P_S c \in \mathbb{R}^n$. Це дозволяє використовувати дане керування для дослідження задач, які часто зустрічаються у теорії — задач про оптимальне керування.

- [1] Boichuk A.A. and Samoilenko A.M., *Generalized Inverse Operators and Fredholm Boundary-Value Problems*, Koninklijke Brill NV, Utrecht, The Netherlands, 2004.