Ярослав Бігун, Олександр Сорочан

Про усереднення в багаточастотних системах із запізненням і нелокальними умовами

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці, Україна
E-mail: yaroslav.bihun@gmail.com, sorochan.abx@zoho.com

У роботі досліджено систему диференціальних рівнянь із лінійно перетвореним аргументом вигляду

$$\frac{dx}{d\tau} = X(\tau, x_\Lambda, \varphi_\Theta), \quad \frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{\omega(\tau)}{\varepsilon} + Y(\tau, x_\Lambda, \varphi_\Theta), \tag{1}$$

із багатоточковими й інтегральними умовами

$$X(0) + \sum_{j=1}^{l} \alpha_j X(\xi_j) = \phi_1, \tag{2}$$

$$\varphi(0) + \int\limits_{\tau_1}^{\tau_2} \big[g(\tau, x_\Lambda(\tau))\varphi_\theta(\tau) + f(\tau, x_\Lambda(\tau), \varphi_\theta(\tau))\big] d\tau = d_2. \tag{3}$$

Тут $0 \le \tau \le L$, $x \in D$, $\varphi \in \mathbb{T}^m$, $(0, \varepsilon_0] \ni \varepsilon$ — малий параметр, $\Lambda = (\lambda_1, \ldots, \lambda_p)$, $\Theta = (\theta_1, \ldots, \theta_q)$, $\lambda_i, \theta_j \in (0,1)$, $x_{\lambda_i}(\tau) = x(\lambda_i \tau)$, $\varphi_{\theta_j}(\tau) = \varphi(\theta_j \tau)$.

У роботі використано методику дослідження багаточастотних систем [1] і розширено клас крайових задач, розглянутих в [2]. У процесі еволюції система (1) може проходити через резонанси, що суттєво ускладнює дослідження існування розв'язку та обгрунтування методу усереднення. Умовою резонансу в точці τ є виконання рівності

$$\sum \theta_\nu (k_\nu, \omega(\theta_\nu \tau)) = 0, \quad k_\nu \in \mathbb{R}^m, \quad \|k\| \ne 0.$$

Усереднення за швидкими змінними здійснюється за швидкими змінними ϕ_i в системі рівнянь (1) і в умові (3). Усереднена система набуває вигляду

$$\frac{d\overline{x}}{d\tau} = X_0(\tau, \overline{x}_\Lambda), \quad \frac{d\overline{\varphi}}{d\tau} = \frac{\omega(\tau)}{\varepsilon} + Y_0(\tau, \overline{x}_\Lambda), \tag{4}$$

$$\overline{x}(0)+\sum_{j=1}^{l}\alpha_j\overline{x}(\xi_j)=d_1,$$

$$\overline{\varphi}(0)+\int\limits_{\tau_1}^{\tau_2}\bigl[g(\tau,\overline{x}_\Lambda(\tau))\overline{\varphi}_\Theta(\tau)+f_0(\tau,\overline{x}_\Lambda(\tau))\bigr]d\tau=d_2. \qquad (5)$$

Доведено існування розв'язку задачі (4), (5), обгрунтовано метод усереднення для повільних змінних й одержано оцінки похибки вигляду

$$\|x(\tau,\varepsilon)-\overline{x}(\tau)\|\le c\varepsilon^{\alpha},\quad 0<\alpha\le(mq)^{-1},$$

яка виконується для $\tau\in[0,L]$ і при досить малому $\varepsilon_0>0$. Розглянуто частинні випадки умов (2) і (3).

[1] Самойленко А.М., Петришин Р.І. *Математичні аспекти теорії нелінійних коливань*, Наукова думка, Київ, 2004.

[2] Бігун Я.Й. *Існування розв'язку та усереднення нелінійних багаточастотних задач із запізненням*, Укр. мат. журн., **59, №4**, (2007), с. 485–499.