

Про структуру множини неперервних розв'язків систем нелінійних різницевих рівнянь в околі особливої точки

Інститут математики НАН України, Київ, Україна
E-mail: Abdivali.Akbergenov@gmail.com

Розглядається система нелінійних різницевих рівнянь

$$y(t+1) = \Lambda(t)y(t) + \bar{f}(t, y(t)), \quad (1)$$

де $\Lambda(t)$ - неперервна, 1-періодична матриця, $\det \Lambda(t) \neq 0$, та вектор-функція $\bar{f}(t, y) \in \mathbb{C}_y^k$, $k > 1$, $t \in \mathbb{R}$, $|y| \leq b$, при наступних припущеннях:

1. корені $\lambda_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, n$, рівняння $\det(\Lambda(t) - \lambda(t)E) = 0$ — дійсні, неперервні 1-періодичні функції такі, що

$$\lambda_i(t) \neq \lambda_j(t), i \neq j, \quad 0 < |\lambda_i(t)| < 1, i, j = 1, 2, \dots, n, t \in [0, 1);$$

2. для довільного набору (i_1, \dots, i_n) цілих невід'ємних чисел $(\sum_{j=1}^n i_j \geq 2)$ при $t \in \mathbb{R}$ виконуються нерівності

$$\lambda_i(t) \neq \lambda_1^{i_1}(t) \cdot \lambda_2^{i_2}(t) \cdot \dots \cdot \lambda_n^{i_n}(t), i = 1, 2, \dots, n, \sum_{j=1}^n i_j \leq k$$

де $k > \frac{\ln \lambda_*}{\ln \lambda^*}$, $\lambda_* = \min_t \{ \min_{i=\overline{1, n}} |\lambda_i(t)| \}$, $\lambda^* = \max_t \{ \max_{i=\overline{1, n}} |\lambda_i(t)| \}$;

3. функції $\bar{f}_i, i = 1, \dots, n$, — неперервні N -періодичні по t та належать класу \mathbb{C}^k по y_1, \dots, y_n при $|y_i| \leq b, i = 1, \dots, n$;

4. функції $\bar{f}_i, i = 1, \dots, n$, та всі частинні похідні першого порядку по y_1, \dots, y_n обертаються в нуль при $y_i = 0, i = 1, \dots, n$.

Вивчається питання побудови загального неперервного розв'язку системи рівнянь (1). Зокрема, доведена наступна теорема.

Теорема 1. Нехай виконуються умови 1-4. Тоді існує заміна змінних $z(t) = \gamma(t, y(t))$, де $\gamma(t, y(t))$ - неперервна, N -періодична по t вектор-функція, яка належить до класу \mathbb{C}^k по y при $t \in \mathbb{R}$, $|y| = \max_{1 \leq i \leq n} |y_i| \leq b_* < b$, причому $\gamma(t, 0) \equiv 0$, $\frac{\partial \gamma(t, y)}{\partial y} \Big|_{y=0} = E$, E - одинична $(n \times n)$ матриця, яка зводить систему рівнянь (1) до лінійного вигляду

$$z(t+1) = \Lambda(t)z(t).$$

Розглянуто також питання побудови множини неперервних розв'язків системи рівнянь (1) у випадку, коли Теорема 1 не має місця.